التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

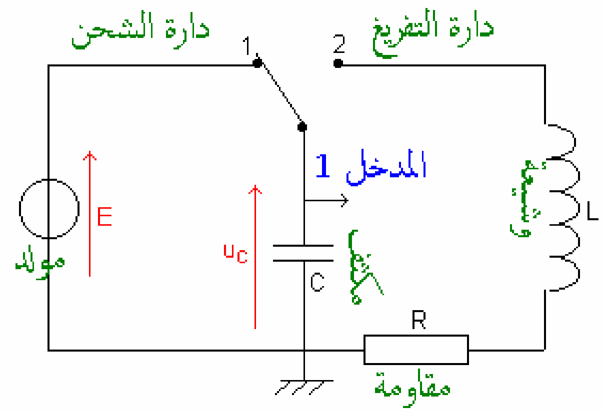
www.ibnalkhatib2.canalblog.com

ذ.الغزيزال

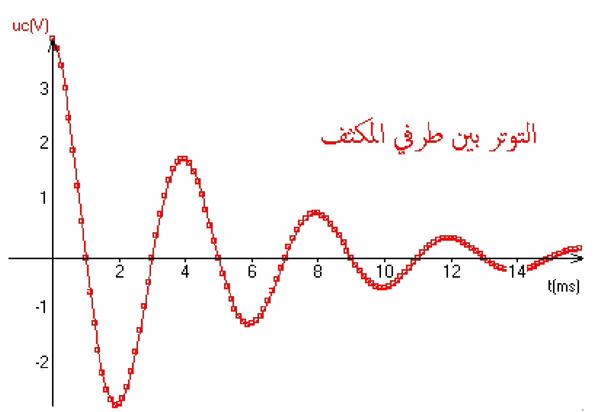
كيف يتم شحن وتفريغ مكثف في دارة كهربائية تحتوي على وشيعة ؟ كيف تتطور المقادير الكهربائية ($u_C(t)$, $q(t)$ ، $i(t)$) في دارة RLC متوالية .

I) الدراسة التجريبية

1.1) تجارب ممهدة



بوضع قاطع التيار في الموضع 1 يشحن المكثف . عند لحظة $t = 0$ نأرجح قاطع التيار إلى الموضع 2 فينفرغ المكثف في ثنائي القطب RL فنعاين المنحنى التالي :



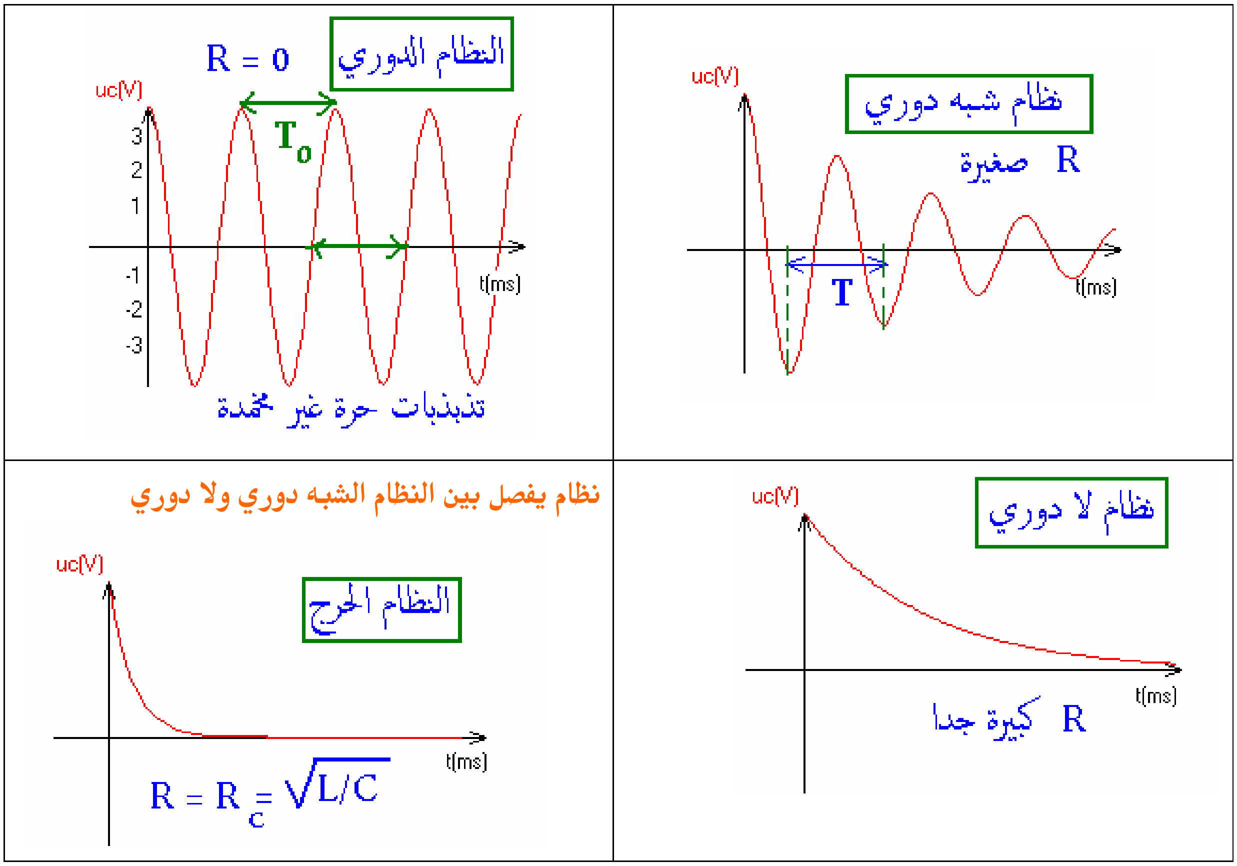
يكون التوتر بين طرفي المكثف متناوبا يتناقص وسعه مع الزمن ، نقول أن التذبذبات مخمدة .

نسمي الدارة الكهربائية المكونة من مكثف ذو سعة(C) و وشيعة(L,r') وموصل أومي (r) دارة RLC متوالية ($R = r + r'$)

نقول أن الدارة RLC تنجز تذبذبات حرة لأنها لا تزود بطاقة كهربائية بواسطة مولد .

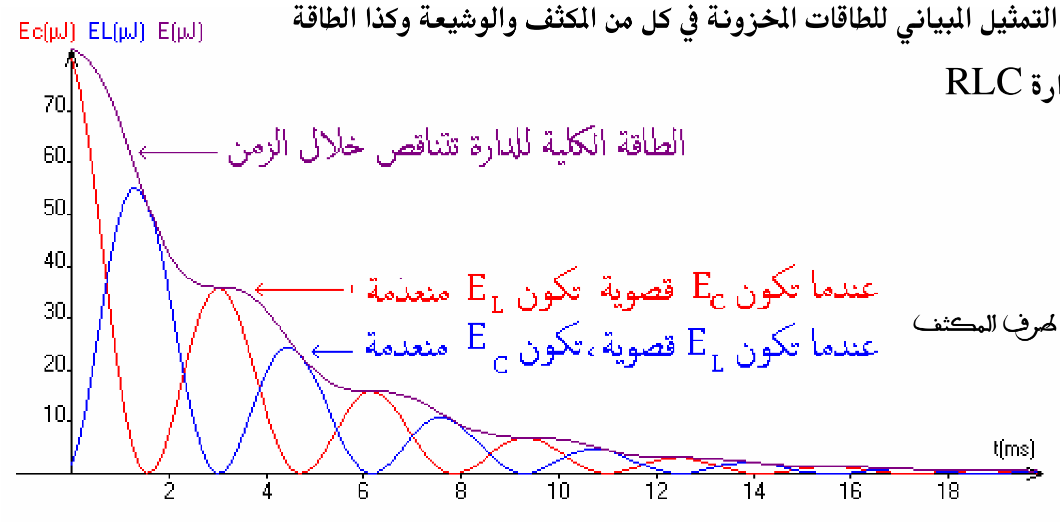
2.1) أنظمة التذبذبات الحرة لدارة RLC المتوالية

إن قيمة مقاومة الدارة هي التي تحدد نظام اشتغال التذبذبات أي تطور شحنة المكثف أو التوتر بين طرفيه خلال الزمن



3.1) التفسيرالطاقي :

يمكن البرنام ريجريسي من التمثيل المبياني للطاقات المخزونة في كل من المكثف والوشيعة وكذا الطاقة الكلية التي تتوفر عليها الدارة RLC



الطاقة المخزونة في الوشيعة

$E_L=\frac{1}{2}Li^2$

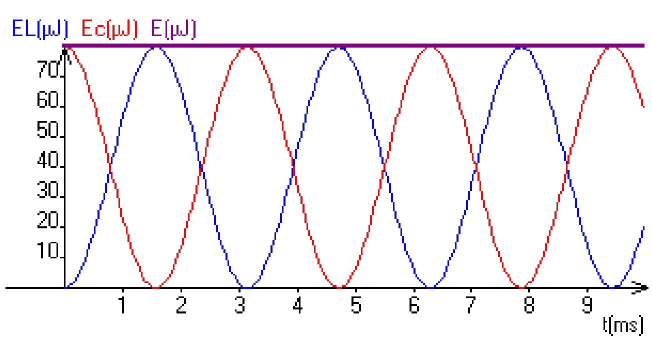
الطاقة الكهربائية المخزونة من طرف المكثف

$E_C=\frac{1}{2}Cu_c^2$

الطاقة الكلية

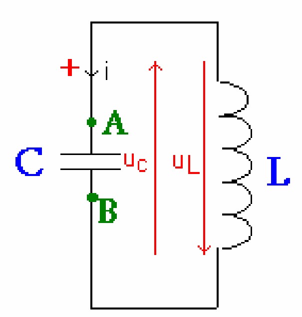
$E = E_L + E_C$

إن الطاقة الكلية للدارة تتناقص خلال الزمن نتيجة تبدد جزء منها بمفعول جول ($W=Ri^2t$)، خلال اشتغال الدارة يحدث تبادل الطاقة بين المكثف و الوشيعة .



بالنسبة لدارة RLC في نظام دوري تنحفظ الطاقة الكلية . $E = C^{ste}$

II) الدراسة التحليلية في حالة الخمود المهمل



1.2) المعادلة التفاضلية

نصل مربطي مكثف مشحون بدئيا بوشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة

i شدة التيار الجبرية المار في الدارة عند لحظة t و q شحنة اللبوس A للمكثف عند

نفس اللحظة t

حسب قانون إضافية التوترات : $U_c+U_L = 0$

نعلم : بالنسبة للمكثف
$$i = \frac{dq}{dt} \qquad q = Cu_C \qquad i = C.\frac{du_C}{dt}$$
بالنسبة للوشيعة
$$u_L = L\frac{di}{dt} \qquad i = \frac{dq}{dt} \qquad u_L = LC.\frac{d^2i}{dt^2}$$
ومنه :
$$LC.\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$
$$\ddot{u}_C + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

ملحوظة : بتعويض $u_C = \frac{q}{C}$ في المعادلة السابقة يمكن الحصول على المعادلة التي تحققها الشحنة q

$$\frac{d^2q}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0$$

2.2) حل المعادلة التفاضلية :

حل المعادلة : $u_c=U_m\cos(\omega_0 t+\phi)$ مع $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ مع $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ حيث T_0 تمثل الدور الخاص

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	النبض الخاص ($rad.s^{-1}$)
U_m	التوترالقصوي (V)
ϕ	الطور عند أصل التواريخ (rad)

التحقق من الحل:

لدينا $u_c=U_m\cos(\omega_o t+\phi)$

المشتقة الأولى : $du_c/dt=-\omega_o U_m\sin(\omega_o t+\phi)$

المشتقة الثانية بالنسبة للزمن : $d^2u_c/dt^2 = -\omega_o^2 U_m\cos(\omega_o t+\phi)$

للتحقق من الحل نعوض في المعادلة ا لتفاضلية

نجد : $-\omega_o^2 U_m\cos(\omega_o t+\phi) + \omega_o^2 U_m\cos(\omega_o t+\phi) = 0$

تحدد قيم كل من U_m و ϕ باستعمال الشروط الأولية للتوتر u_c وشدة التيار i) عند $t=0$; $u_C = U_m$ ومنه:

نستنتج $U_m\cos(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = 0$

أي $u_c = U_m\cos(\omega_0 t)$

3.2) تعبير الشحنة q وشدة التيار i

لدينا $q = C.\,u_C$ ومنه : $q = C.\ u_c = C.U_m\cos(\omega_o t+\phi)$ نضع $Q_m = C.U_m$

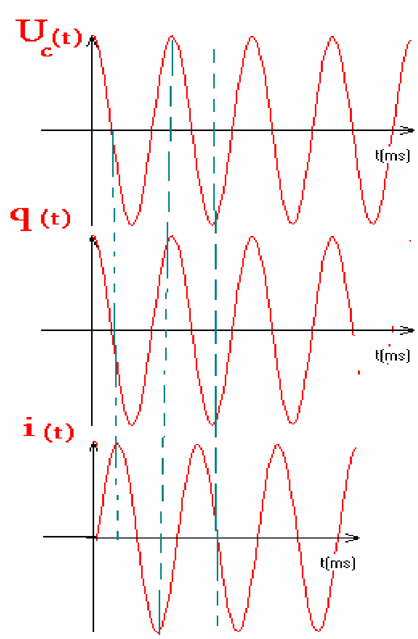
$$q = Q_m\cos(\omega_o t+\phi)$$

نعلم أن : $i = \dfrac{dq}{dt}$ ومنه نستنتج تعبير

$$i(t) = -Q_m.\omega_0\sin(\omega_0 t+\phi)$$
$$i(t) = Q_m.\omega_0\cos(\omega_0 t+\phi+\frac{\pi}{2})$$
$$Q_m.\omega_0 = I_m$$
$$i(t) = I_m\cos(\omega_0 t+\phi+\frac{\pi}{2})$$

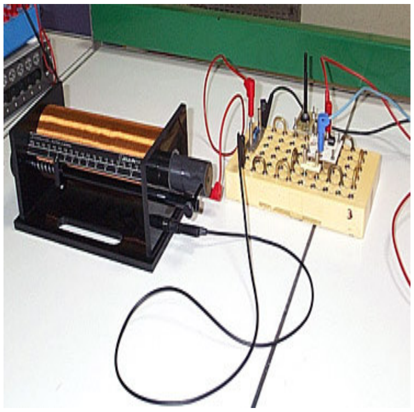
التمثيل المبياني ل $u_C(t)$ و $q(t)$ و $i(t)$

- الدالتان $u_C(t)$ و $q(t)$ على توافق في الطور (قصويان في نفس اللحظة ويكونان منعدمان في نفس اللحظة)
- الدالتان $u_C(t)$ و $i(t)$ على تربيع في الطور : عندما تكون واحدة قصوية تكون الأخرى منعدمة



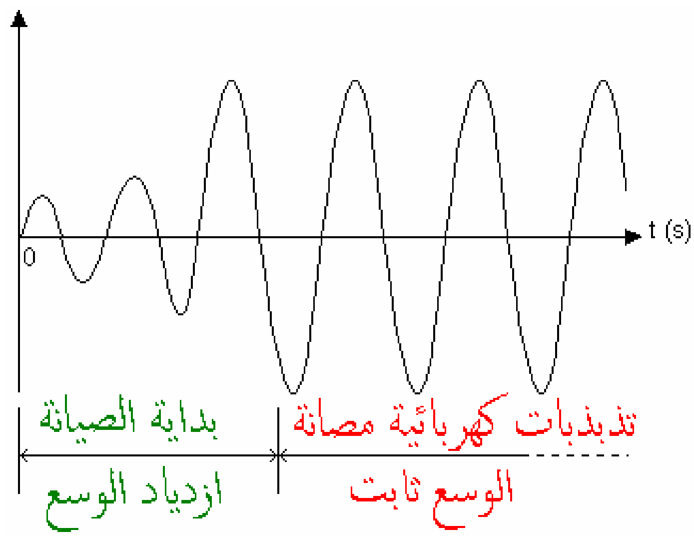
III) صيانة التذبذبات

1.3) الدراسة التجريبية



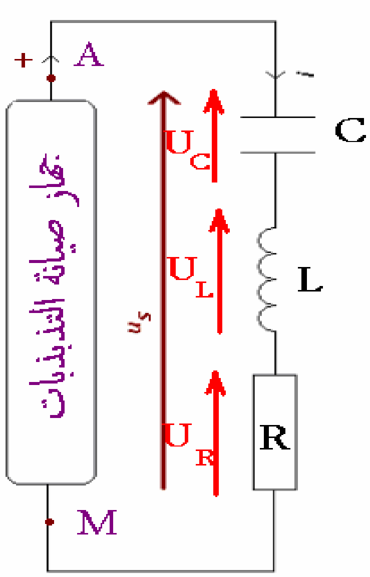
إن خمود التذبذبات راجع إلى وجود مقاومة في الدارة والتي تبدد الطاقة على شكل حرارة (مفعول جول) ولتعويض الطاقة الضائعة بتركيب ثنائي القطب RLC ، على التوالي مع ثنائي القطب (A,M) والذي تحتوي على مضخم عمليلتي (A.O) تركيبه في هذا الجزء من الدارة يكافئ " مقاومة سالبة " قيمتها : ($-R_0$) قابلة للضبط .

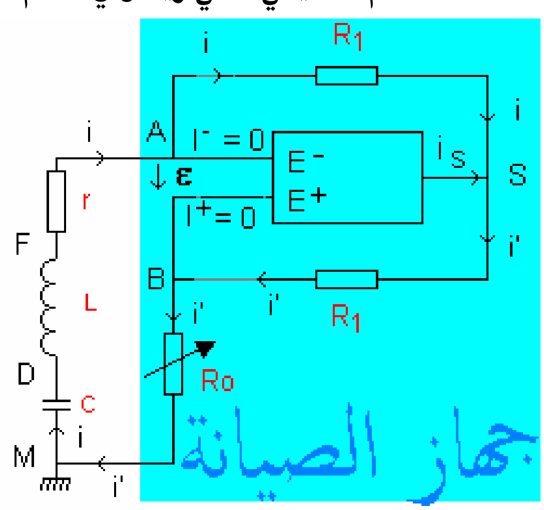
باستعمال راسم التذبذب" بذاكرة " يمكن أن نسجل ذلك الانتقال من نظام شبه دوري إلى نظام دوري وذلك بتغيير قيمة R_0 ويكون الانتقال إلى النظام الدوري عندما تصبح R_0 تساوي مقاومة ثنائي القطب (RLC)



2.3) جهاز الصيانة

المضخم العملياتي مثالي ويعمل في النظام الخطي ($i^+ = i^- = 0$, $\varepsilon = 0$)





❖ نعتبر الدارة (ASBM)

$$U_{AM} = U_{AS} + U_{SB} + U_{BM}$$

(1) $U_{AM} = R_1 i + R_1 i' + R_0 i'$

❖ نعتبر الدارة (ASBA)

$$U_{AS} + U_{SB} + U_{BA} = 0$$

(2) $R_1 i - R_1 i' + \varepsilon = 0$

$$\varepsilon = 0$$

$$R_1(i - i') = 0 \Rightarrow i = i'$$

❖ استنتاج : U_{AM}

بتعويض (2) في (1) نستنتج : $U_{AM} = R_0 i$

3.3) المعادلة التفاضلية للدارة المصانة

من دارة الصيانة :

$$U_{AM} = U_R + U_C + U_L$$

$$R_0 i = Ri + \frac{q}{C} + L.\frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q + Ri - R_0 i = 0$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q + (R - R_0)\frac{dq}{dt} = 0$$

المعادلة التفاضلية من الدرجة الثانية لكن غير خطية

عندما تكون R_0 تقارب R فإن المعادلة التفاضلية السابقة تصبح من الدرجة الثانية وخطية

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

حلها دالة جيبية

4.3) دراسة الحالات :

❖ جهاز الصيانة يعوض عند كل لحظة الطاقة المتبددة مما يجعل الدارة مقرا لتذبذبات حرة غير مخمدة ($R = R_0$)

❖ $R_0 < R$ جهاز الصيانة غير قادر على مد الدارة بالطاقة التي تضيع على شكل حرارة في R

❖ $R_0 > R$ جهاز الصيانة يوفر أكبر من تلك التي تتبدد على شكل حرارة ز مما يعطي غير جيبية اشتغال المضخم العملياتي وفق هذه الحالة يجعله يخرج عن النظام الخطي (نظام الإشباع)